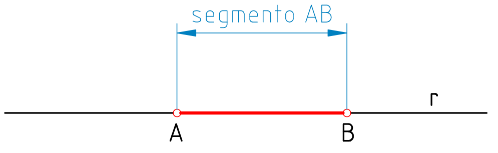
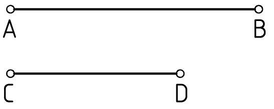
B2 Segmentos

Segmento de una recta es la porción de ella que limitan dos de sus puntos.



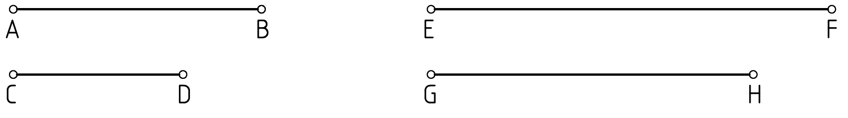
Razón de dos segmentos: Es el cociente entre sus longitudes.



La razón entre los segmentos AB y CD es el cociente AB/CD.

Proporción entre segmentos

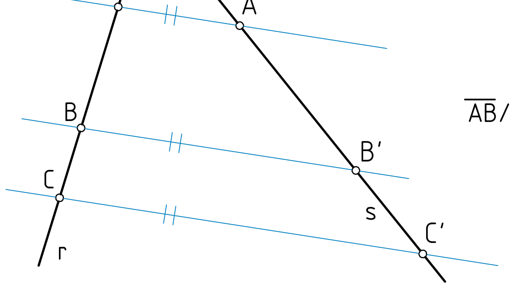
Cuatro segmentos son proporcionales si la razón de los dos primeros es igual a la razón de los segundos.



Los segmentos AB, CD, EF y GH son proporcionales si AB/CD = EF/GH.

Teorema de Thales

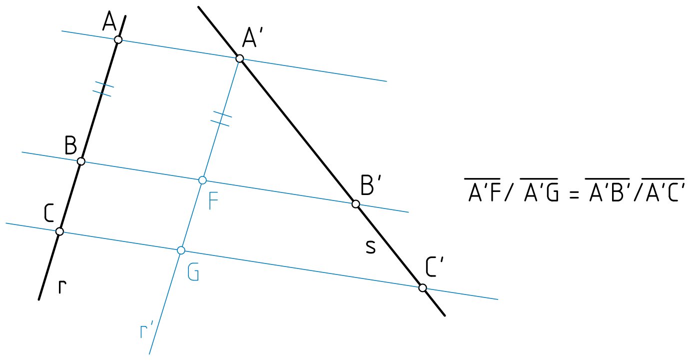
Los segmentos de dos rectas concurrentes interceptados por un haz de rectas paralelas son proporcionales.



$\overline{AB}/\overline{AC} = \overline{A'B'}/\overline{A'C'}$

Trazando por A' un recta r' paralela a r, los triángulos A'FB' y A'GC' son semejantes de razón A'F/A'G, por tener los ángulos iguales.

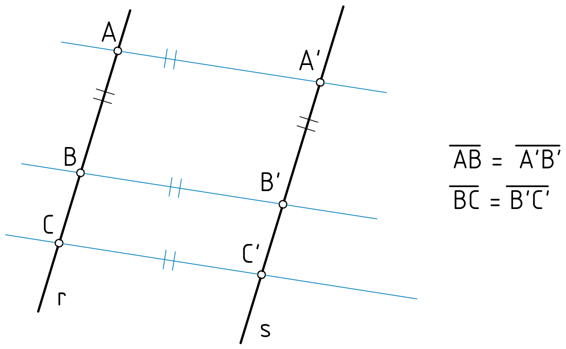
A'F = AB y A'G = AC, por tanto AB/AC = A'B'/A'C'



Segmentos de paralelas comprendidos entre paralelas

Los segmentos de paralelas comprendidos entre paralelas son iguales, pues A'B' es fruto de la traslación de AB hasta A'B' si la dirección es AA'.

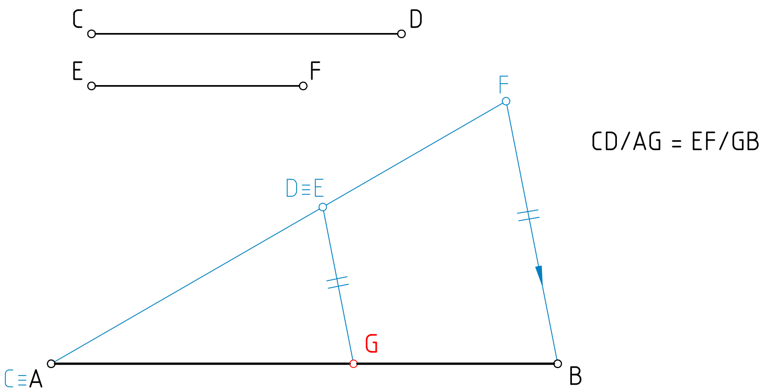
Si las rectas r y s son paralelas los segmentos homólogos son iguales.



Aplicaciones del teorema de Thales

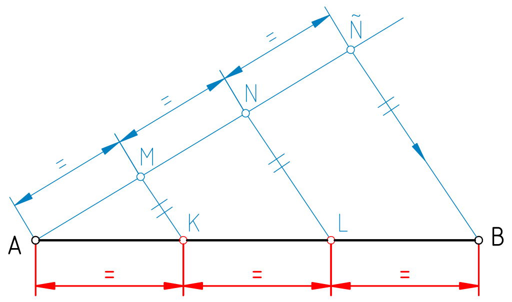
- **División de un segmento en partes proporcionales a otros dos**

  División del segmento AB en partes proporcionales a otros dos, CD y EF:



- **División de un segmento en partes iguales**

Ejemplo, dividir el segmento AB en tres partes iguales:

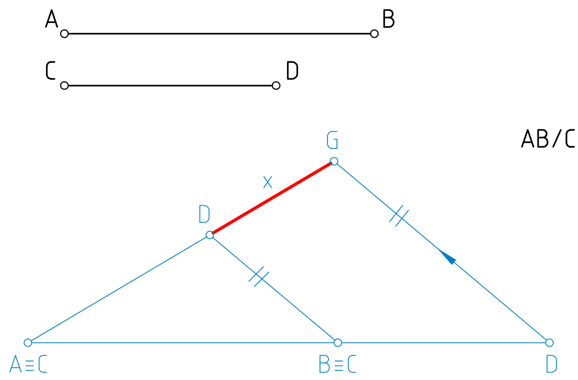


Si AM = MN = NÑ; AK = KL = LB.

- **Hallazgo del tercero proporcional de dos segmentos**

Se llama tercero proporcional a dos segmentos a, y b, a un segmento x que cumple la condición: a/b = b/x

Hallar el tercero proporcional de los segmento AB y CD:

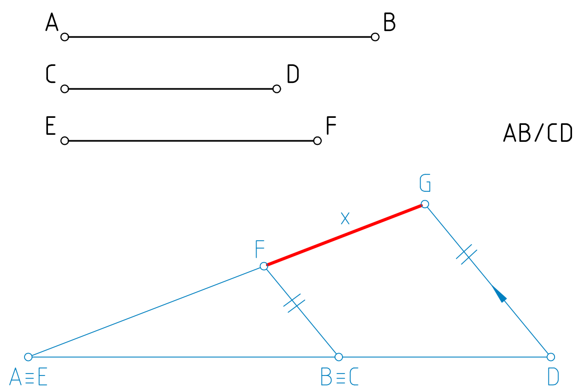


AB/CD = CD/x

- **Hallazgo del cuarto proporcional de tres segmentos**

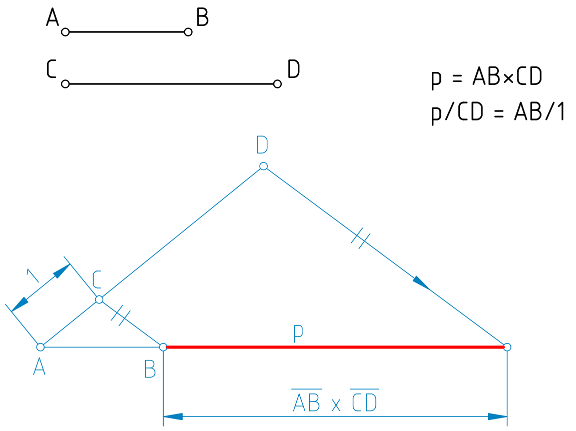
Se llama cuarto proporcional a tres segmentos a, b, y c, a un segmento x que cumple la condición: a/b=c/x

Hallar la cuarta proporcional de los segmento AB, CD y EF:

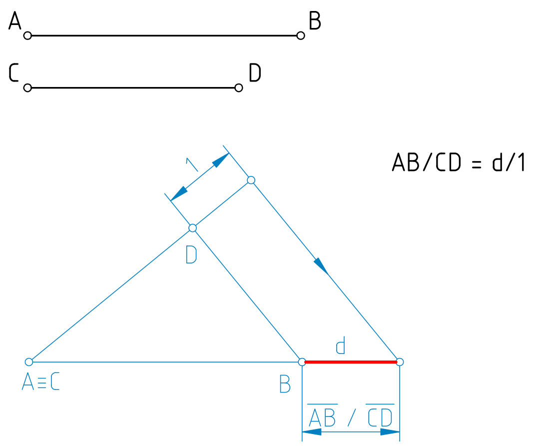


AB/CD = EF/x

- **Producto de segmentos**



- **División entre segmentos**

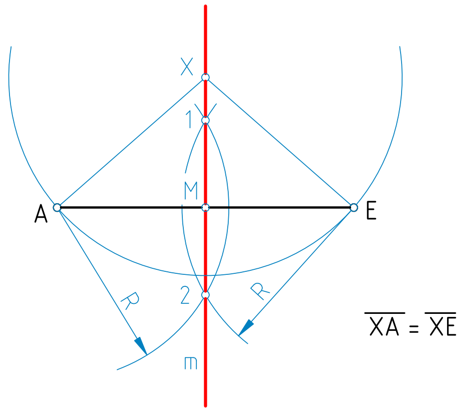


Punto medio y mediatriz de un segmento

El punto medio de un segmento es aquel que se halla en su mitad. Equidista de los extremos.

La mediatriz es la recta perpendicular al segmento en su punto medio.

La mediatriz de un segmento es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de sus extremos.



Medio proporcional entre dos segmentos:

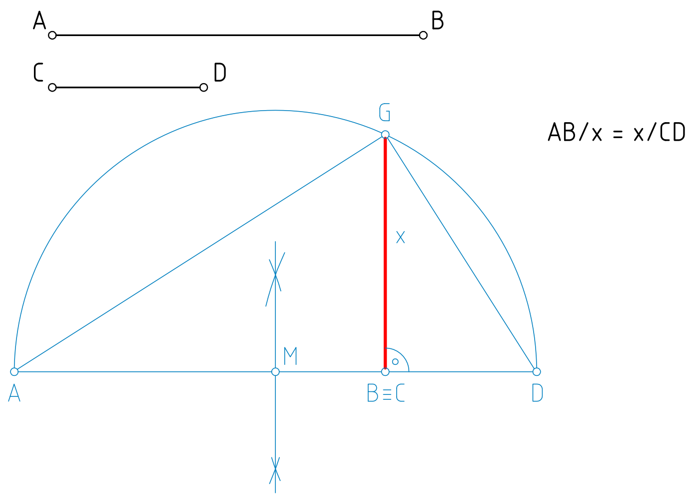
Se llama medio proporcional entre dos segmentos a y b, a un segmento x que cumple la condición a/x=x/b.

Para hallar el medio proporcional de dos segmentos podemos recurrir a la aplicación sobre ellos de los teoremas de la altura y del cateto, indistintamente.

- Teorema de la altura

  La altura relativa a la hipotenusa es media proporcional entre los segmentos en que divide a la hipotenusa.

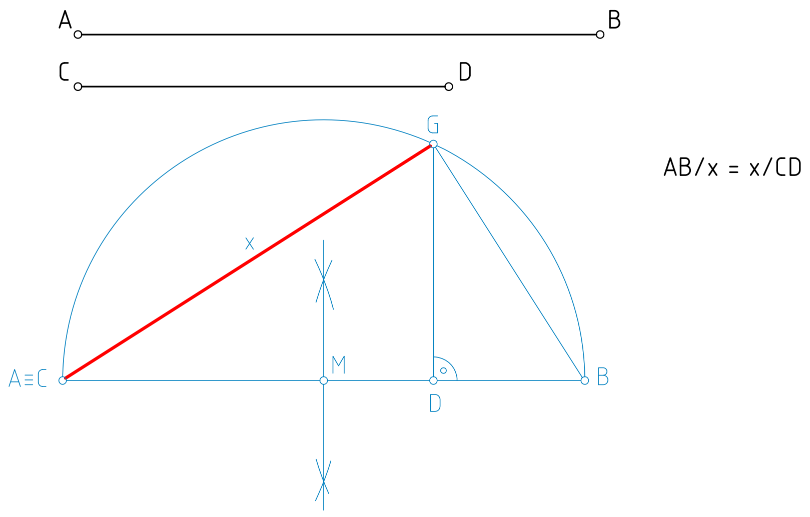
  Media proporcional entre los segmentos AB y CD:



- Teorema del cateto

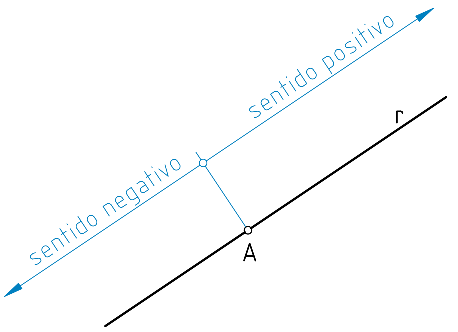
  Cada cateto es medio proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.

  Media proporcional entre los segmentos AB y CD:



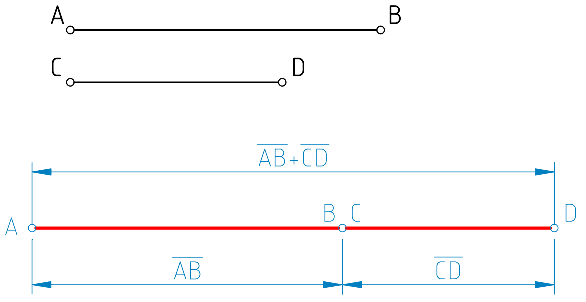
Modo de medición sobre una recta

Una recta alberga una dirección y dos sentidos: la dirección es la que ella define por sí misma y los sentidos son los que se dirigen a cada uno de sus extremos, arbitrariamente uno de ellos se considera positivo, el otro negativo.

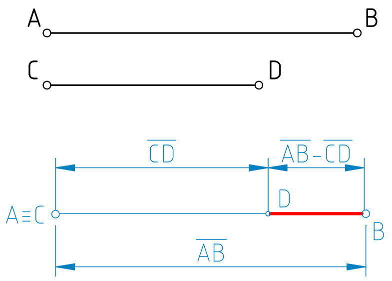


Otras operaciones con segmentos

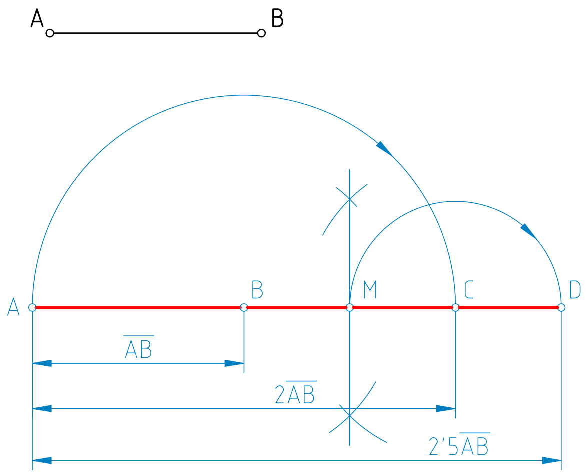
- Suma de segmentos



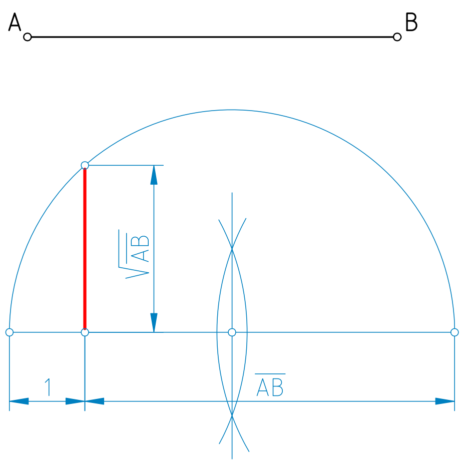
- Resta de segmentos



- Múltiplo de un segmento



- Raíz cuadrada de un segmento



$$\left(\sqrt{AB}\right)^2 = 1 \times AB$$

La raíz cuadrada de un número es media proporcional entre él y la unidad.

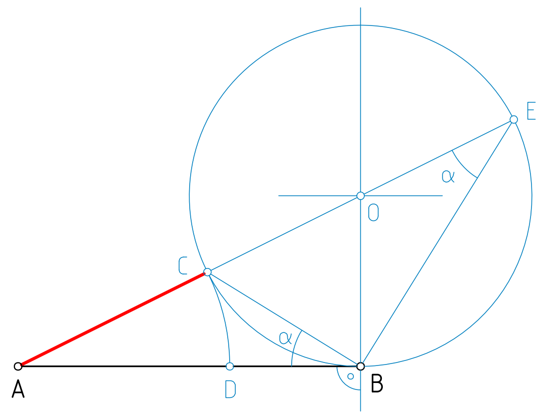
Segmento áureo

Dividir un segmento en media y extrema razón es dividirlo en dos partes tales que la mayor sea medio proporcional entre el segmento total y la parte menor. A dicha parte mayor se le llama segmento áureo.

Hallazgo de la sección áurea de un segmento

Para hallar el segmento áureo de AB se levanta una perpendicular a AB por uno de sus extremos, B, por ejemplo. Se toma BO = 1/2 AB y se traza la circunferencia de centro O y radio BO. La secante AO determina el segmento AC = AD, que cumple la condición requerida.

Los ángulos AEB y ABC inscrito y semiinscrito respectivamente, que abarcan el mismo arco son semejantes.



AB/AC = AE/AB

Aplicando una conocida propiedad de las proporciones:

(AB-AC)/AC = (AE-AB)/AB

Pero, AC = AD, AB-AC = AB-AD = DB

AE-AB = AE-CE = AC = AD

Luego:

DB/AD = AD/AB

AD es medio proporcional entre todo el segmento AB y el resto DB.

Además, DB es sección áurea de AD, como se puede comprobar.

Hallazgo del segmento del cual conocemos su sección áurea

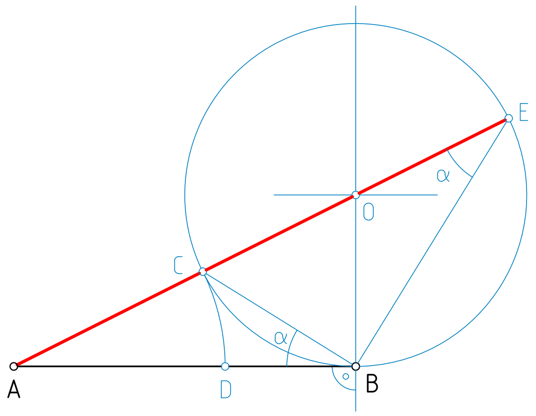
Los triángulos AEB y ABC son semejantes.

AE/AB = AB/AC

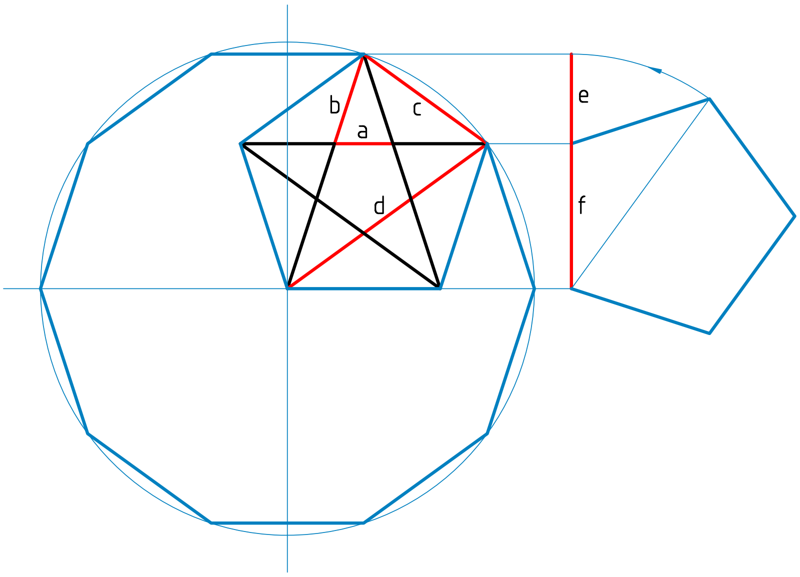
En el segmento AE; CE = AB, es medio proporcional entre todo el segmento (AE) y el resto (AC).

Luego:

AB es sección áurea de AE.



Proporciones áureas notables en el pentágono y decágono regulares



El lado es sección áurea de la diagonal del pentágono y del radio del decágono.

Los segmentos a, b, c, d, e y f están en proporción áurea.

- a es sección áurea de b.
- b es sección áurea de c.

- c es sección áurea de d.
- e es sección áurea de f.
- f es sección áurea de e+f.

Otras proporciones áureas

- En el dodecaedro, la arista es sección áurea de la diagonal de una cara, y ésta lo es de la distancia entre aristas opuestas.
- En el icosaedro la arista es sección áurea de la distancia entre aristas opuestas.