B23 Curvas cónicas

Curvas cónicas

Superficie cónica de revolución es la engendrada por una recta que gira alrededor de otra a la que corta.

Curvas cónicas son las que resultan de la intersección de una superficie cónica de revolución por un plano que no pasa por su vértice.

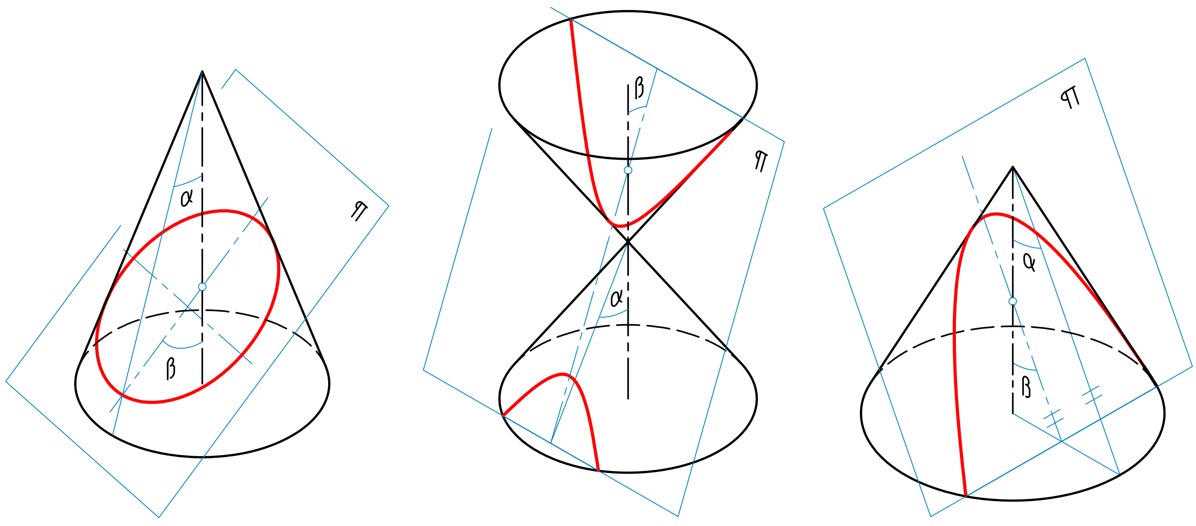
Las curvas cónicas son: la elipse, la parábola y la hipérbola.

Según la disposición del plano con relación al eje del cono la sección es una de las cónicas siguientes:

- Elipse, α<β. El plano corta a todas las generatrices del cono.
- Hipérbola, α>β. El plano es paralelo a dos las generatrices del cono.
- Elipse, α=β. El plano es paralelo a una generatriz del cono.
- Si ß es un ángulo recto la sección resultante es una circunferencia.

α es el ángulo que forman las generatrices del cono con su eje.

β es el ángulo que forma el eje del cono con el plano de corte.



Editorial Alarcón. Apuntes de Dibujo Técnico. ISBN: 978-84-613-1320-4 www.editorial-alarcon.es

Circunferencia focal de las cónicas

- Es la circunferencia de centro un foco y radio el parámetro 2a.
- La circunferencia focal de un foco es el lugar geométrico de los puntos simétricos del otro foco respecto de las tangentes a la cónica.

Circunferencia principal de las cónicas

- Es la circunferencia cuyo diámetro es el segmento 2a.
- Es el lugar geométrico de los pies de las perpendiculares trazadas a las tangentes desde los focos.

Definición de curva cónica

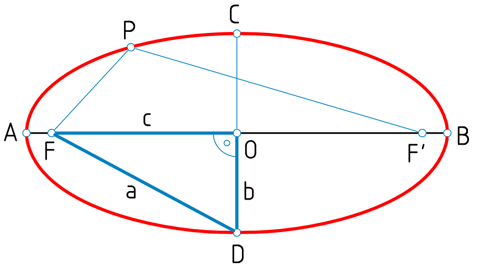
Las curvas cónicas son el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que pasando por un foco de ellas son tangentes a la circunferencia focal del otro foco,

Tangentes a las cónicas

La recta tangente a la cónica en un punto de ella es la bisectriz exterior del ángulo que forman los radios vectores de ese punto. En el caso de la hipérbola es la bisectriz interior.

Elipse

La elipse es una curva cerrada y plana, lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias de cada uno de ellos a otros dos fijos, llamados focos, es constante e igual a la longitud del eje mayor de la elipse.



$\overline{PF}+\overline{PF'}=\overline{AB} = 2a$

$\overline{CF}=\overline{CF'}= \overline{AO} = a$

$\overline{AO}^2=\overline{CO}^2+\overline{FO}^2$

$a^2= b^2+c^2$

$\overline{AB}$ = Eje mayor o real = 2a

$\overline{CD}$ = Eje menor = 2b

$\overline{FF'}$ = Distancia focal = 2c

Circunferencia principal: es la de centro O y radio OA.

Circunferencias focales: son las que tienen por centro los focos y radio el segmento 2a.

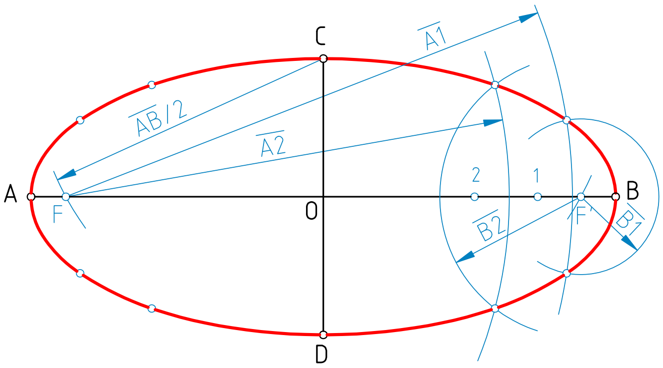
Centro de la elipse es el punto en el que se cortan los ejes.

Diámetros de la elipse son las cuerdas que pasan por el centro. Dado un diámetro su conjugado es el lugar geométrico de los puntos medios de las cuerdas paralelas a él.

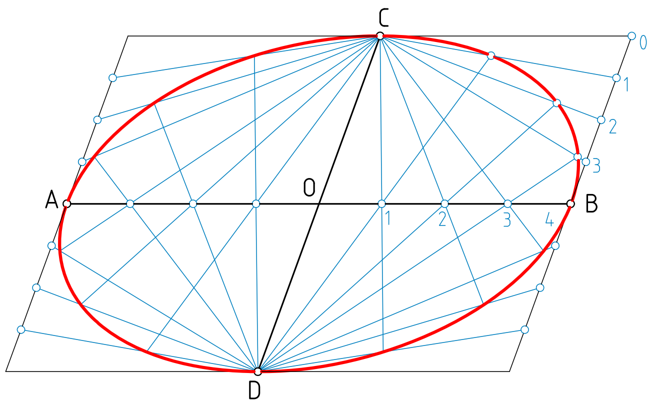
Los diámetros principales de la elipse son perpendiculares entre sí.

Los radios vectores del punto P son PF y PF'.

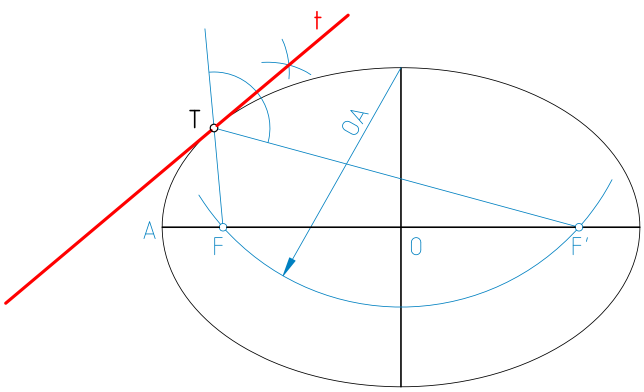
Determinación los focos y construcción la elipse de ejes AB y CD.



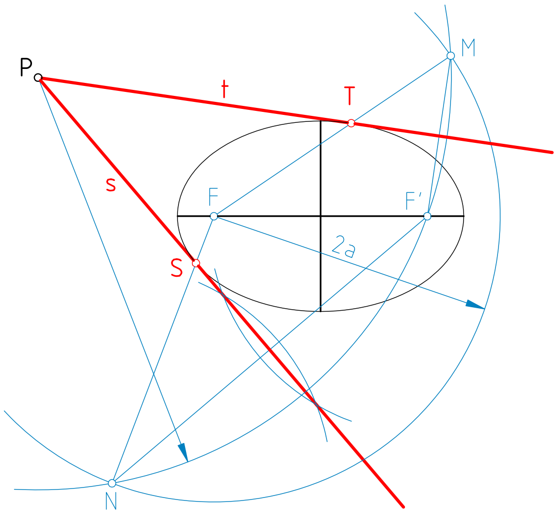
Inscripción de una elipse en un romboide por medio de haces proyectivos.



Trazado las rectas tangente y normal a la elipse en el punto T.



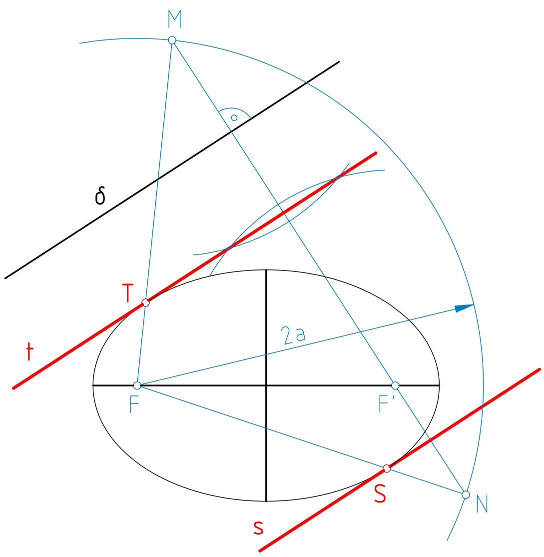
Trazar las rectas tangentes a la elipse desde el punto P.



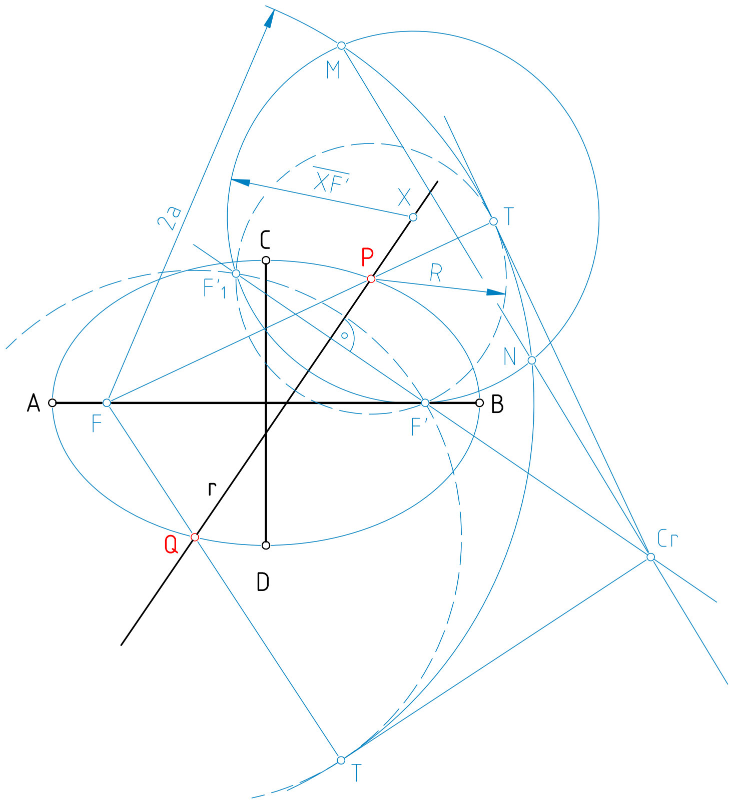
Conociendo la circunferencia focal de un foco es el lugar geométrico de los puntos simétricos del otro foco respecto de las tangentes a la cónica.

La circunferencia de centro P que pasa por F' corta a la circunferencia focal de F en M y N, simétricos de F' respecto de las tangentes a la cónica que pasan por P. La tangente t es la bisectriz del ángulo MPF'.

Trazar las rectas tangentes a la elipse paralelas a la dirección δ.

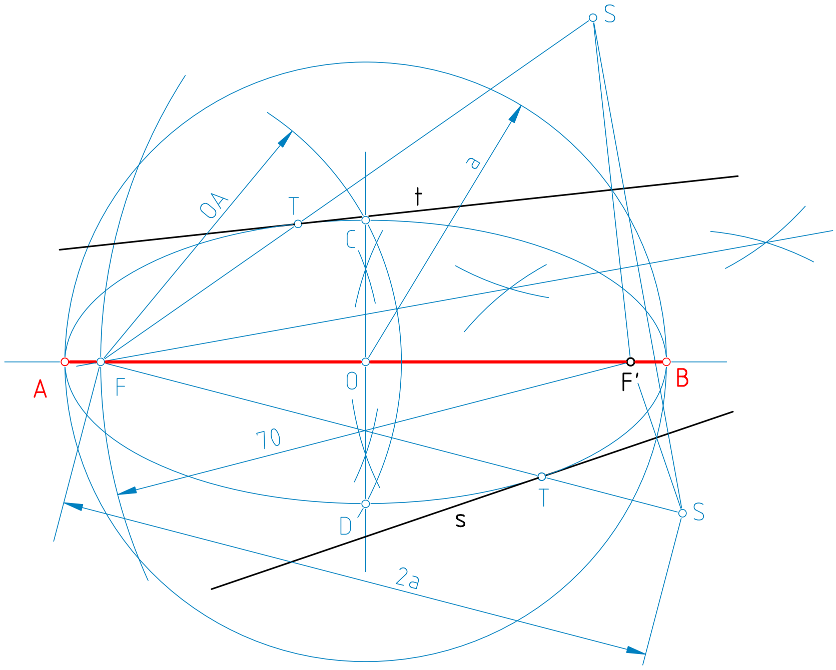


Determinar los puntos de intersección de la elipse dada con la recta r.



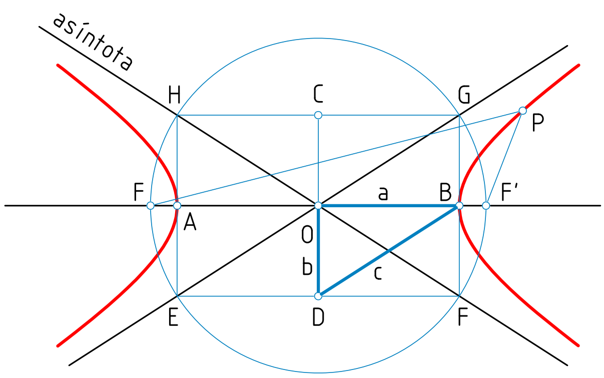
Conociendo que las cónicas son el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que pasando por un foco de ellas son tangentes a la focal del otro foco, se resuelve un problema de tangencias: circunferencias tangentes a la focal de F que pasen por F' y su simétrico respecto de la recta r. Los centros de las soluciones son los puntos buscados. Se ha resuelto el problema aplicando el concepto de potencia.

Dados un foco y dos tangentes, hallar el eje mayor de la elipse. La distancia focal es 70 mm.



Hipérbola

La hipérbola es una curva plana, abierta y con dos ramas; es el lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a otros dos fijos, llamados focos, es constante e igual a la longitud de su eje real.



$\overline{PF}-\overline{PF'}=\overline{AB}$

$\overline{FO}=\overline{AC}$

$\overline{FO}^2=\overline{AO}^2+\overline{CO}^2$

$c^2=a^2+b^2$

$\overline{AB}$ = Eje mayor o real = 2a

$\overline{CD}$ = Eje menor o imaginario = 2b

$\overline{FF'}$ = Distancia focal = 2c

Circunferencia principal: es la de centro O y radio OA.

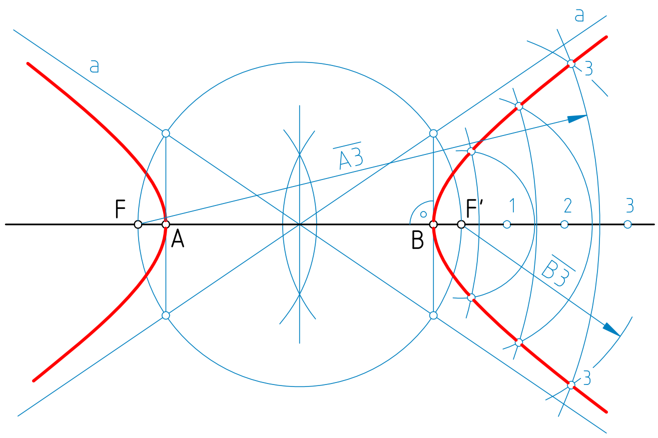
Circunferencias focales: son las que tienen por centro los focos y radio el segmento AB.

Centro de la hipérbola es el punto en el que se cortan los ejes.

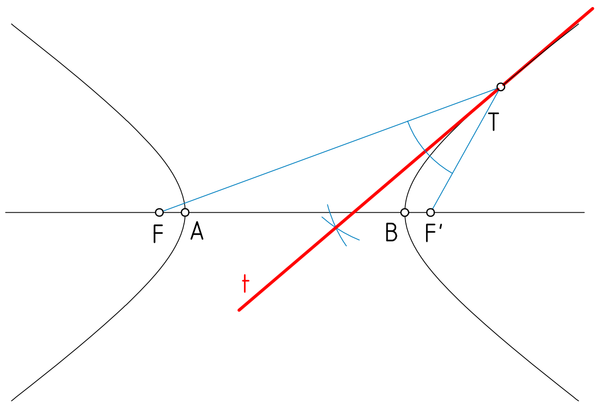
Las asíntotas de la hipérbola son las tangentes trazadas desde el centro. Son las diagonales del cuadrilátero rectángulo EFGH de lados los ejes de la hipérbola.
Si las asíntotas son perpendiculares entre sí a hipérbola se le llama equilátera.
Los radios vectores del punto P son PF y PF'.

Ejercicio

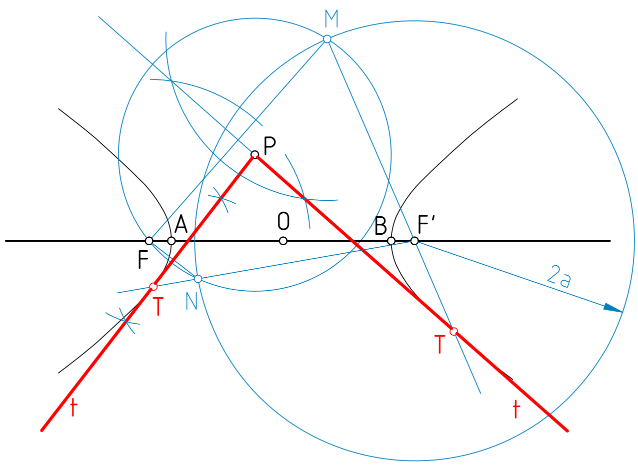
Determinación las asíntotas y construcción la hipérbola



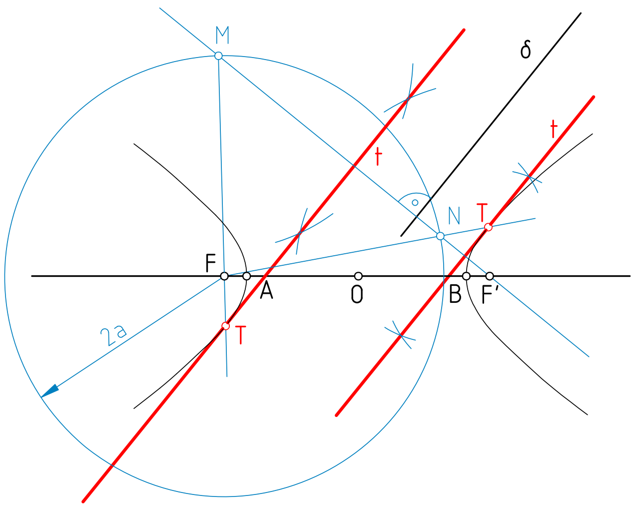
Trazado las rectas tangente y normal a la hipérbola en el punto T.



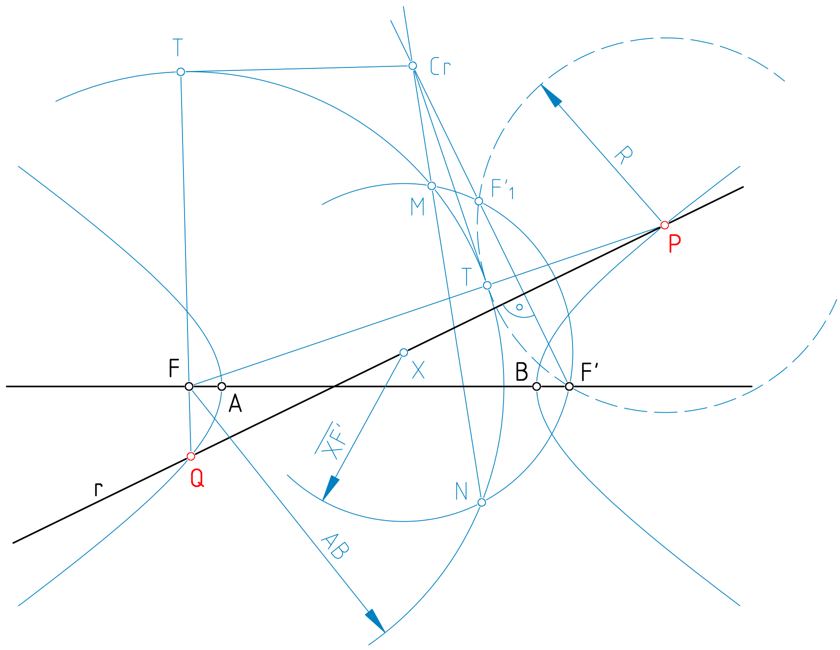
Trazar las rectas tangentes a la hipérbola desde el punto P.



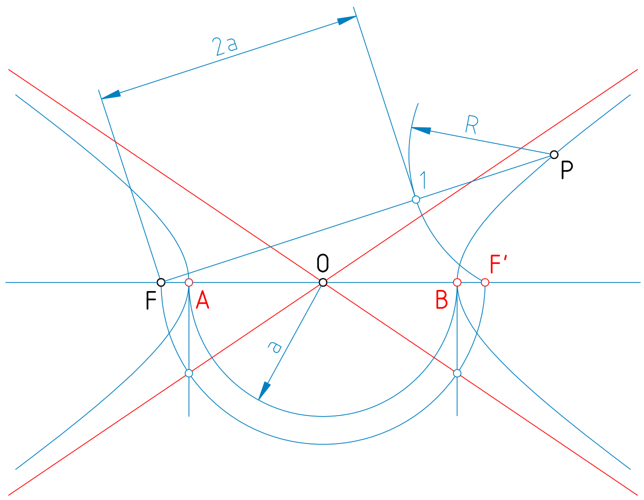
Trazar las rectas tangentes a la hipérbola paralelas a la dirección δ.



Determinar los puntos de intersección de la hipérbola dada con la recta r.

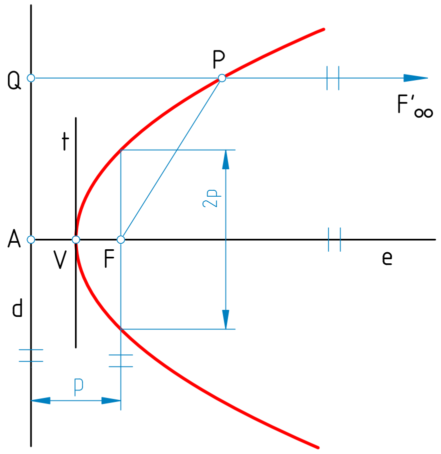


Determinar la hipérbola conocido un foco, el centro O y un punto P de la curva.



Parábola

La parábola es una curva plana y abierta. Es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta llamada directriz.



$\overline{PQ}=\overline{PF}$
$\overline{AV}=\overline{VF}$
$\overline{AF}=p$

d = Directriz
e = Eje de la parábola
t = Tangente en el vértice V.
p = Parámetro de la parábola

En la parábola, la circunferencia principal es sustituida por la tangente en el vértice, y la circunferencia focal por la directriz.

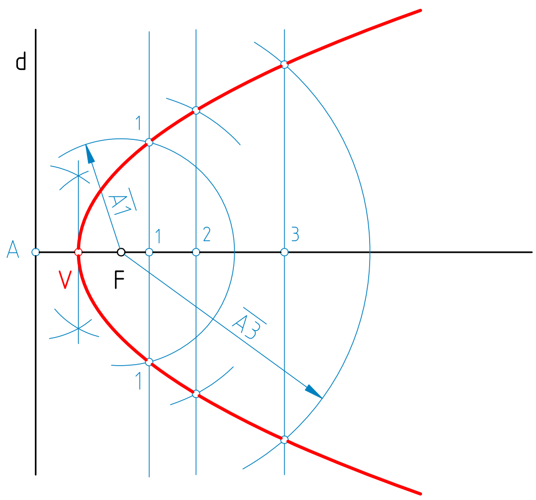
Parámetro 2p de la parábola es la longitud de la cuerda que es perpendicular al eje por el foco.

Los radios vectores del punto P son PF y PF'.

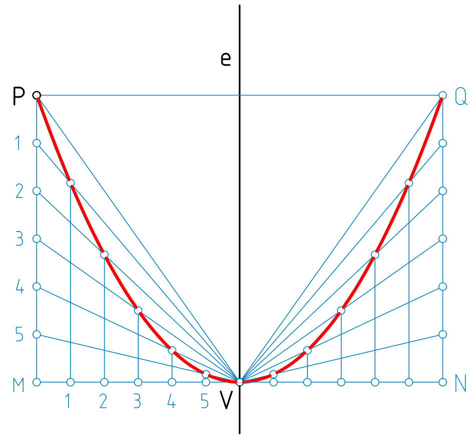
La parábola no tiene centro.

Ejercicio

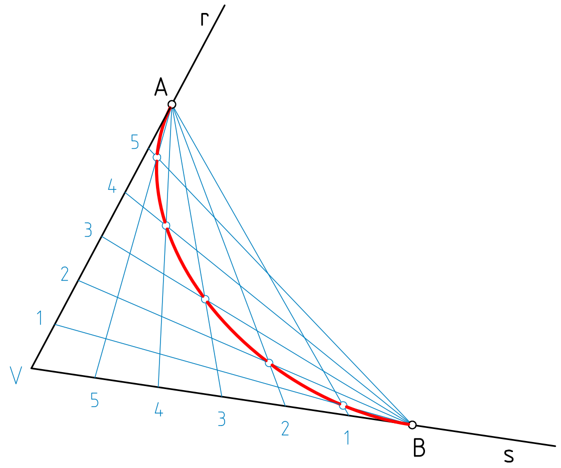
Determinar el vértice y construir la parábola de directriz d y foco F



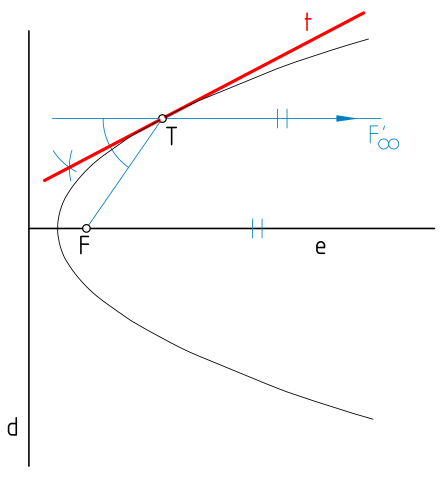
Trazado de la parábola conociendo el eje, el vértice y un punto de ella.



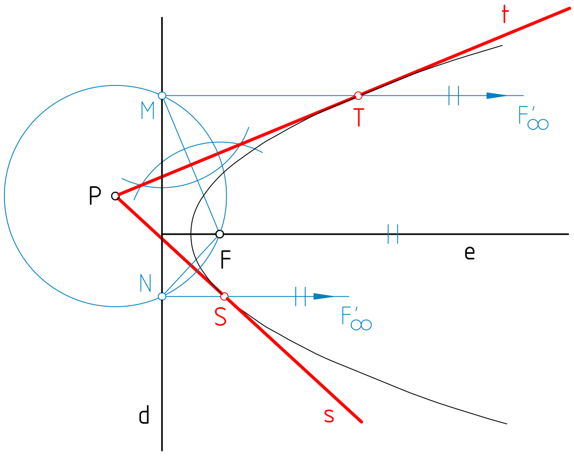
Enlazar mediante un arco parabólico las rectas R y S, dados los puntos de tangencia A y B.



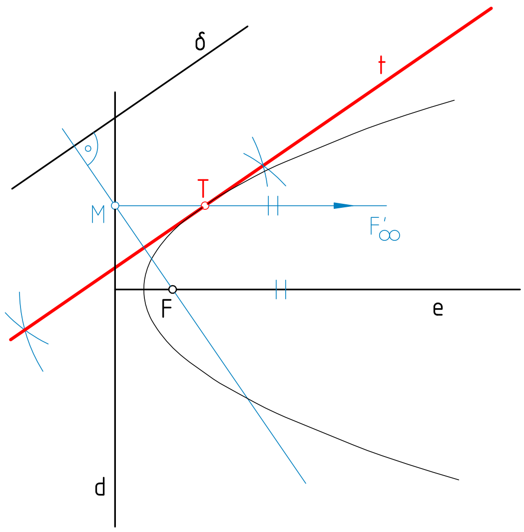
Trazado las rectas tangente y normal a la parábola en el punto T.



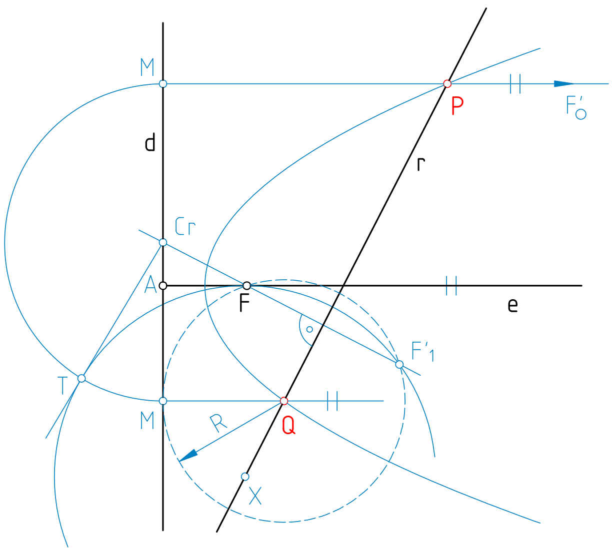
Trazar las rectas tangentes a la parábola desde el punto P.



Trazar la recta tangente a la parábola paralela a la dirección δ.



Determinar los puntos de intersección de la parábola dada con la recta r.



EDITORIAL ALARCÓN. APUNTES DE DIBUJO TÉCNICO. ISBN: 978-84-613-1320-4 www.editorial-alarcon.es

Hallar la directriz de la parábola. El eje es e, F es el foco y t es una recta tangente.