B18 Inversión

Inversión gráfica

Considerando un punto fijo O en un plano, llamado centro o polo de inversión y una constante k^2, se llama inversión a una correspondencia en la que a cada punto P del plano distinto de O le corresponde otro P' situado en la recta OP, tal que $OP \times OP' = \pm k^2$.

Se le llama potencia de inversión a la constante k^2. Si la potencia es positiva, es porque los puntos P y P' están a un mismo lado de O en la semirecta OP, si es negativa están a distinto lado de O.

Inversión positiva $\overline{OP} \times \overline{OP'} = k^2$ Inversión negativa $\overline{OP} \times \overline{OP'} = -k^2$

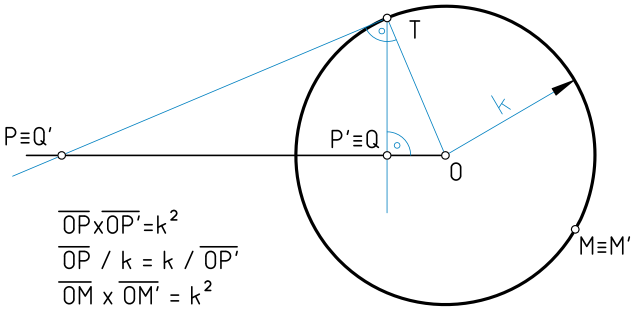
Se llama potencia de inversión a la constante k^2 y circunferencia fundamental de inversión a la de centro O y radio k.

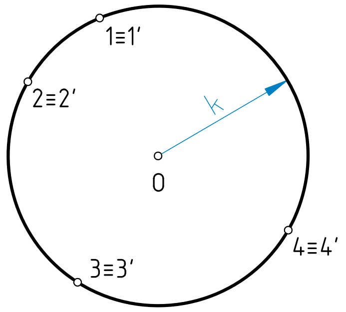
Los puntos que pertenecen a la circunferencia fundamental son dobles, o sea, inversos de sí mismos, por lo que esta circunferencia también se llama circunferencia de autoinversión k y circunferencia de puntos dobles.

Si la potencia de inversión es positiva, la circunferencia de autoinversión sirve para obtener fácilmente los puntos inversos de otros. Para ello podemos utilizar cualquier método gráfico que relacione dos segmentos, OP y OP', con su media proporcional, k.

Los puntos interiores a la circunferencia de autoinversión tienen sus inversos en el exterior de esta, y viceversa.

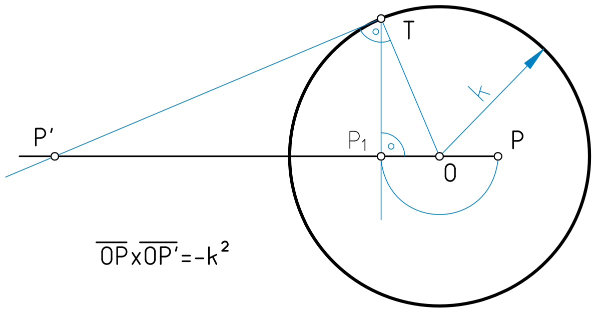
Editorial Alarcón. Apuntes de Dibujo Técnico. ISBN: 978-84-613-1320-4 www.editorial-alarcon.es





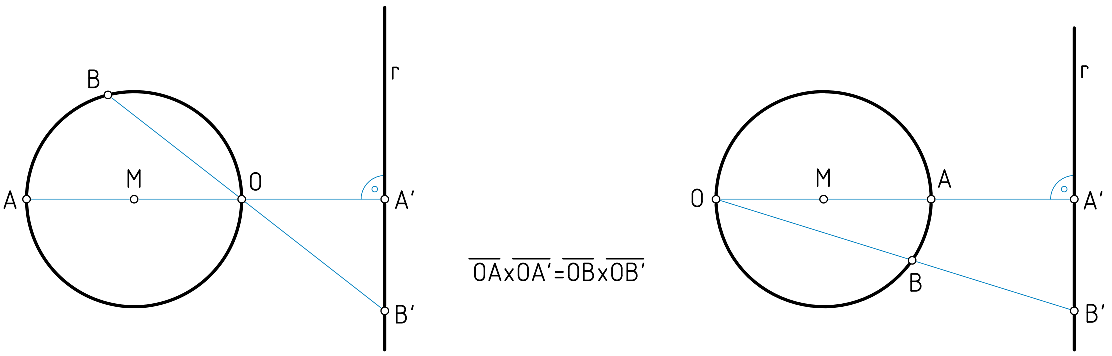
Circunferencia de puntos dobles

Si la potencia es negativa, no existen puntos dobles, ni circunferencia de autoinversión y el inverso de un punto es el inverso de su simétrico, respecto de O, en la inversión positiva.



La recta que pasa por el polo de inversión es inversa de sí misma al estar un punto cualquiera de ella y su inverso alineados con el polo.

La figura inversa de una circunferencia M que pasa por el polo es una recta, R, que no pasa por él y que es perpendicular a la recta que une el centro de la circunferencia con el centro de inversión. Recíprocamente la figura inversa de una recta R, que no pasa por el polo, es una circunferencia, M, que sí pasa por el polo.

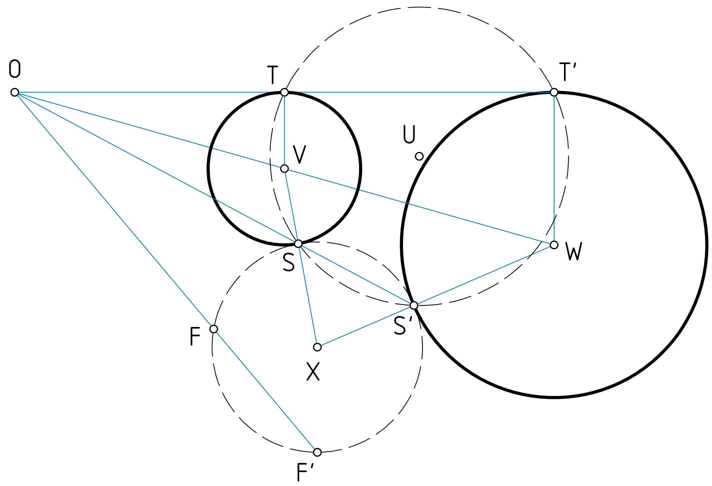


La recta r y la circunferencia M son figuras inversas de centro O.

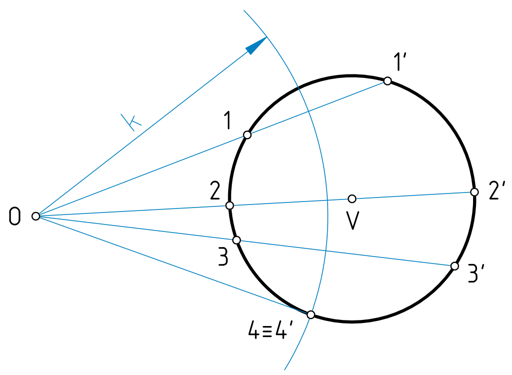
La figura inversa de una circunferencia V, que no pasa por el polo es otra circunferencia W, que tampoco pasa por él y que es homotética con ella.

Por dos puntos S y T, y sus inversos S' y T', pasa siempre una circunferencia U, inversa de sí misma.

Cualquier circunferencia que pase por dos puntos que sean inversos, S y S', se invierte en sí misma, como las circunferencias X y U.

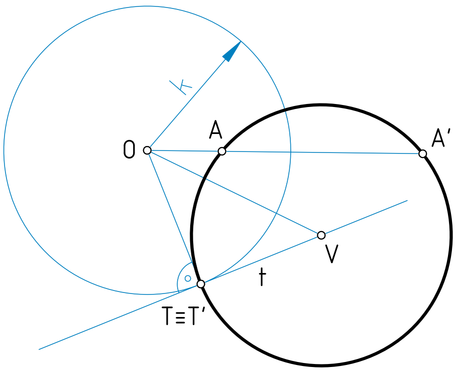


Las circunferencias V y W son figuras inversas de centro O



La circunferencia es inversa de sí misma

Una circunferencia es inversa de sí misma eligiendo como potencia de inversión la potencia del polo de inversión con relación a dicha circunferencia, P. Es decir: k=OT. Las circunferencias inversas de sí mismas tienen su centro en rectas tangentes a la circunferencia de puntos dobles y pasan por el punto de tangencia.

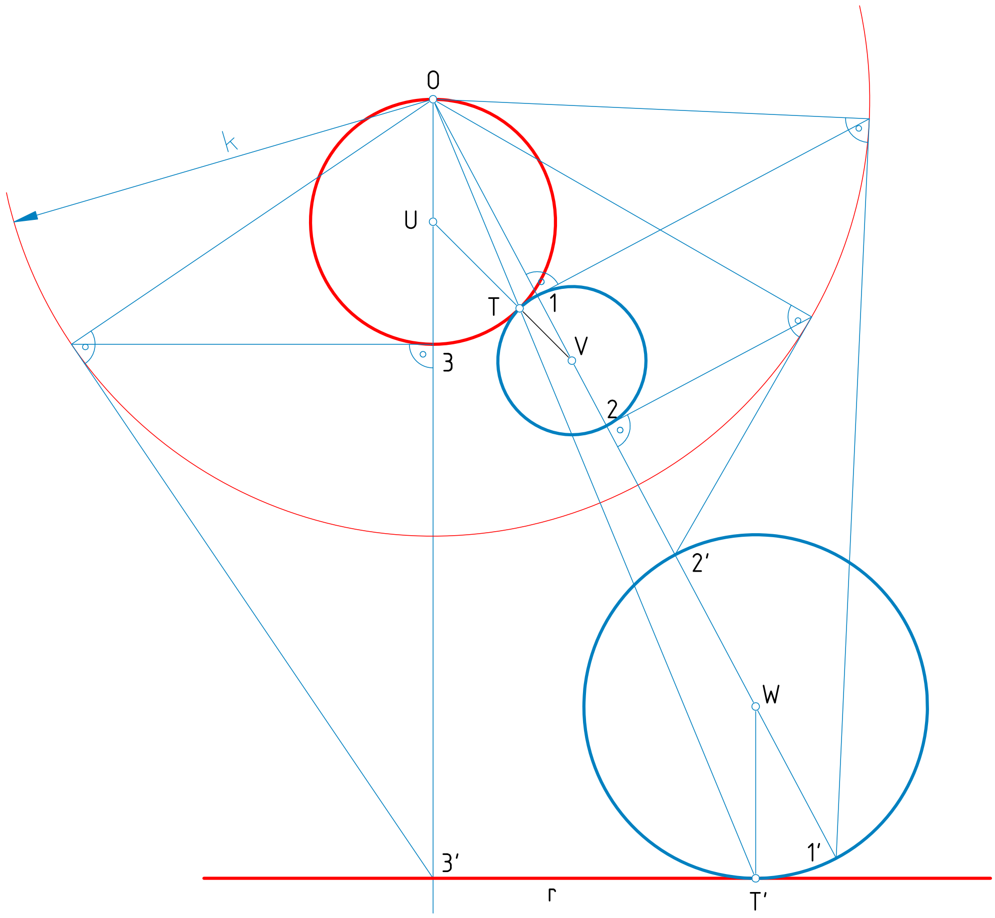


$K^2 = OT^2$

La circunferencia V es inversa de sí misma.

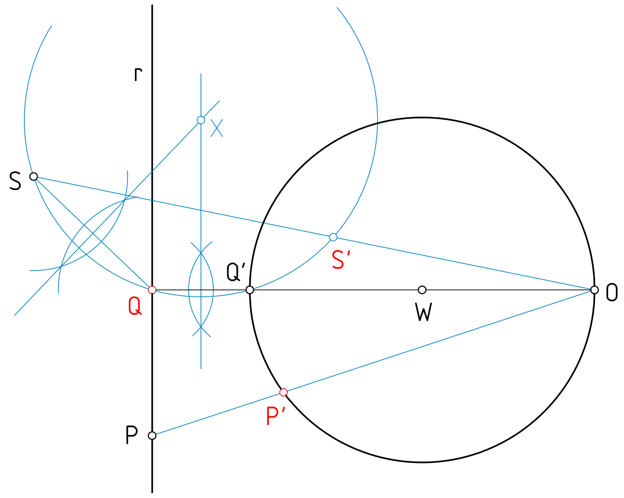
La inversión gráfica, entre otras aplicaciones, se utiliza para resolver problemas de tangencias porque las figuras que son tangentes, transformadas por inversión, siguen manteniendo esas tangencias.

Las circunferencias U y V son tangentes en T, sus figuras inversas, la recta R y la circunferencia W respectivamente, también son tangentes, en el punto T' que es el inverso de T.

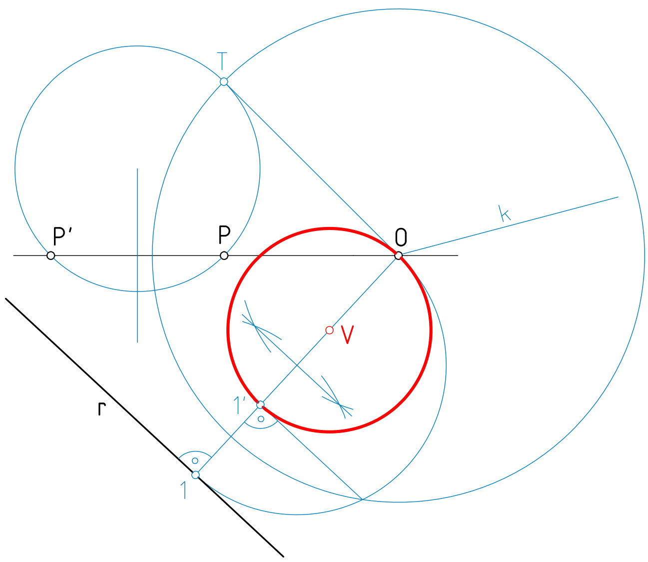


Ejercicios

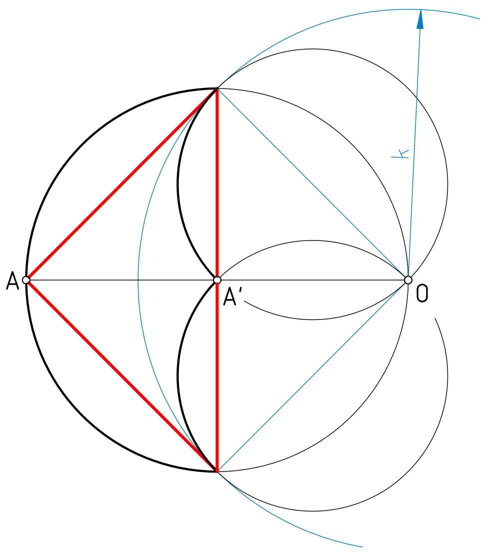
La circunferencia de centro W y la recta R son figuras inversas de centro O. Hallar los puntos inversos de P, Q' y S.



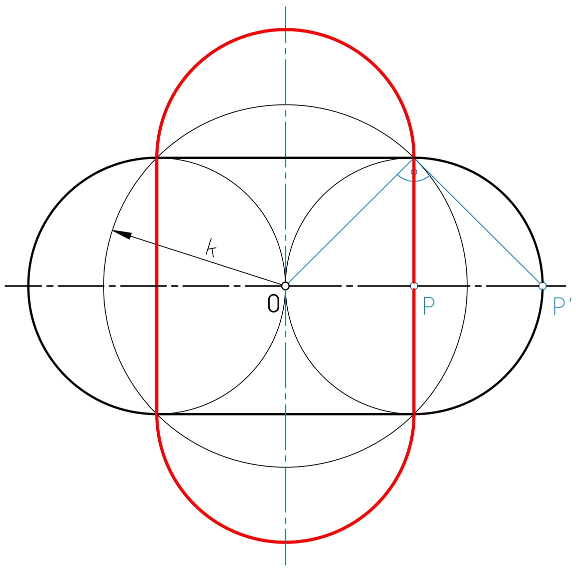
P y P' es una pareja de puntos inversos. Hallar la figura inversa de la recta r.



A y A' son puntos inversos de centro O; hallar la figura inversa.



Hallar la figura inversa de la figura dada..



P y P' son puntos inversos de centro O; hallar la figura inversa de la curva c.