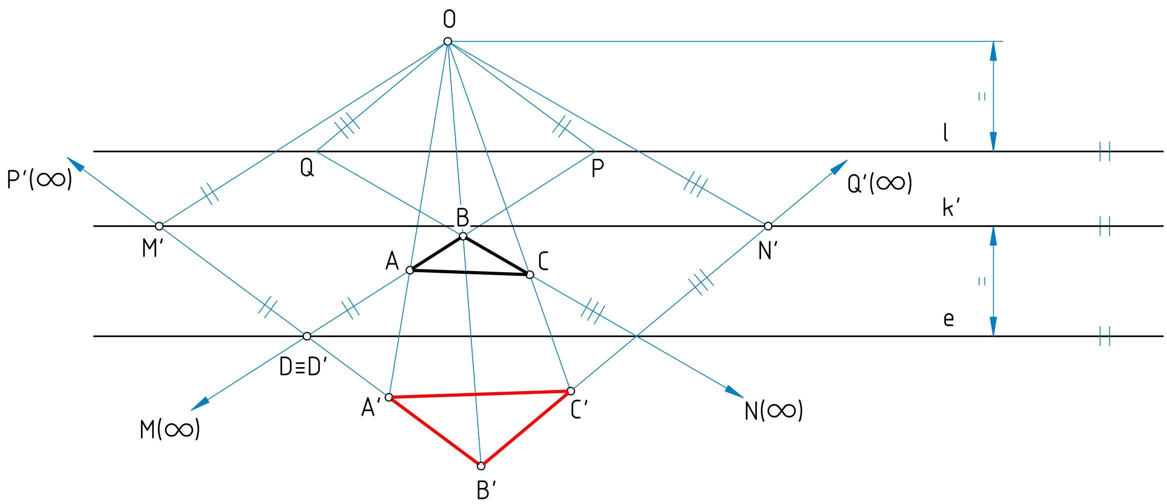
B22 Homología

Homología y afinidad

Homología: es una transformación biunívoca e inequívoca entre los puntos de dos figuras F y F'. A cada punto y recta de la figura F le corresponde un punto o recta (únicos) de la figura F' y recíprocamente a cada punto o recta de la figura F' le corresponde un punto o recta de la figura F.

- Centro de homología O: Es el punto con el que están alineados los puntos homólogos de dos figuras homológicas.
- Eje de homología e: Es la recta en la que se cortan las rectas homólogas de dos figuras homológicas. Todos los puntos del eje de homología son dobles, es decir, homólogos de sí mismos.
- Primera recta límite l: Es la recta que contiene los puntos homólogos de los puntos del infinito de la figura F'.
- Segunda recta límite k': Es la recta que contiene los puntos homólogos de los puntos del infinito de la figura F.
- Las rectas límite son paralelas al eje de homología. Una recta límite dista del eje la misma distancia que la otra del centro.

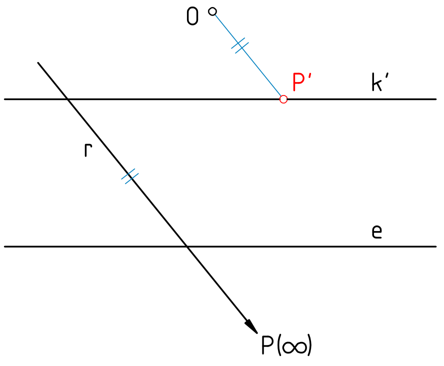


Las figuras F (ABC) y F' (A'B'C') son homológicas de centro O.

Ejercicios

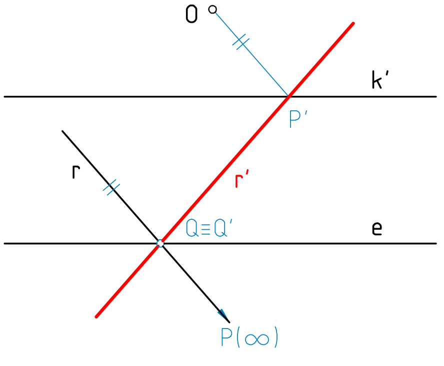
Hallar el punto homólogo del punto P del infinito de la recta r.

P' estará, por definición, en k' y en la recta que parte de O paralela a r.



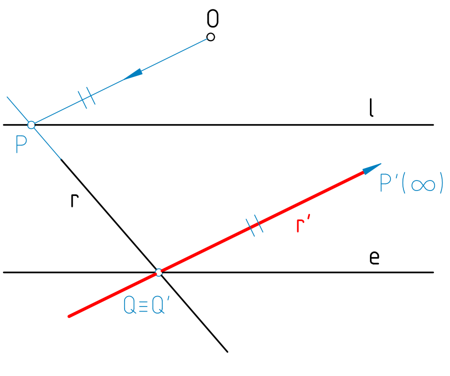
Hallar la recta r' homóloga de r

La recta r' pasará por el punto doble Q≡Q' y por P' homólogo de P del infinito de r.

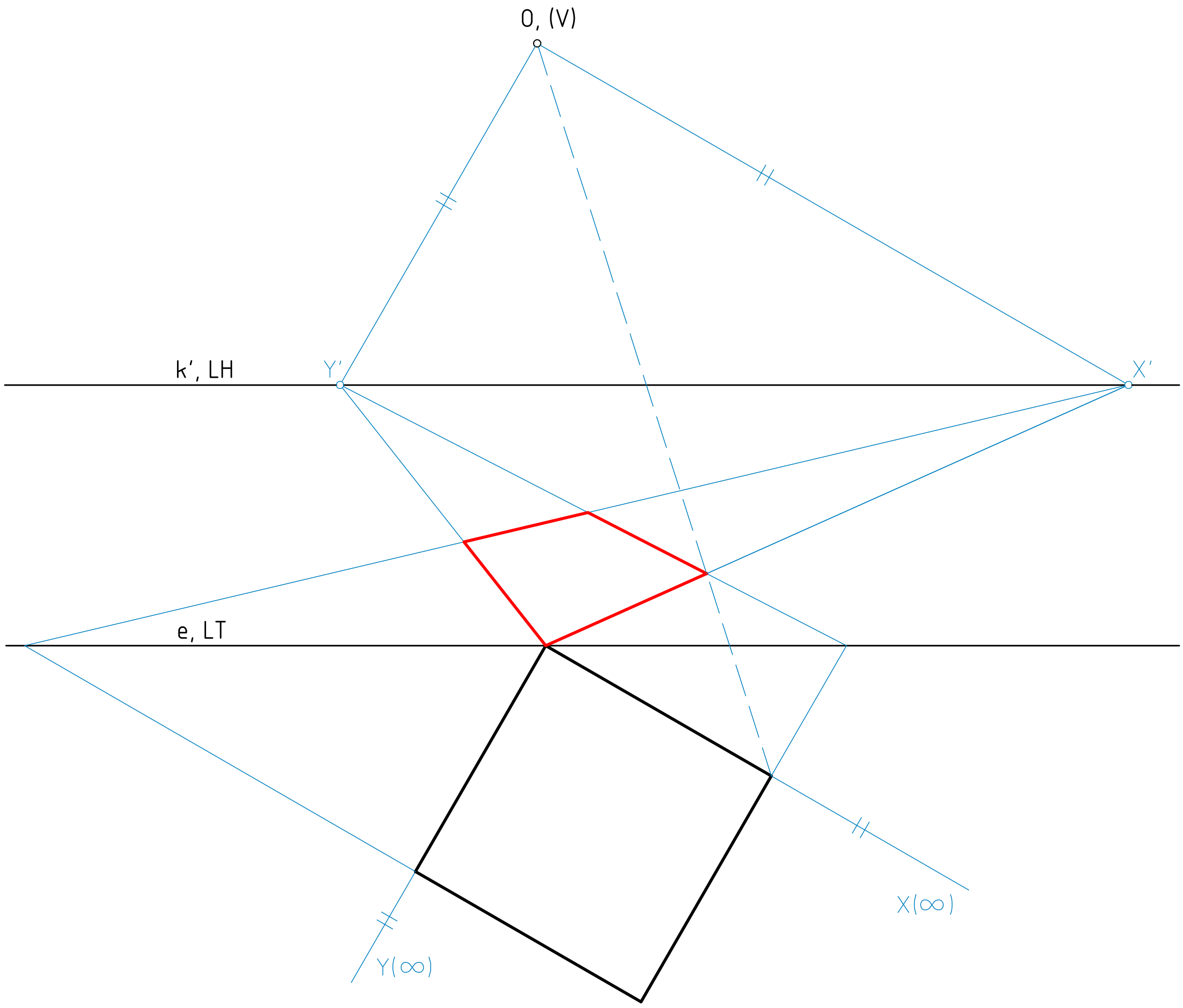


Hallar la recta r' homóloga de r

La recta r' será paralela a OP, P es al homólogo de P' del infinito de r'.



Hallar la figura homológica, (perspectiva cónica), de la figura.



Afinidad

Es uno de los casos particulares de homología.

El centro de homología se encuentra en el infinito por lo que las rectas que unen puntos homólogos son todas paralelas entre sí.

La afinidad es una correspondencia biunívoca entre puntos y rectas de dos figuras F y F' tales que:

- Dos puntos homólogos cualesquiera A y A' están sobre un recta paralela a una dirección δ determinada llamada dirección de afinidad.

- Las rectas homólogas (afines) que unen puntos homólogos (afines), se cortan en una recta llamada eje de afinidad.

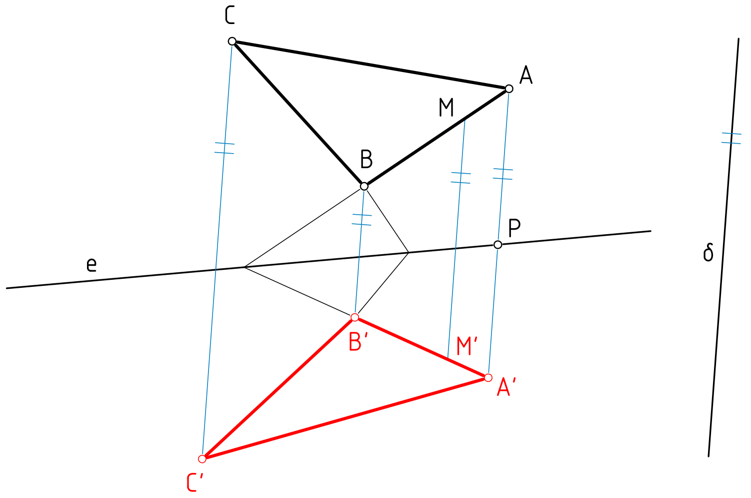
En la afinidad no existen rectas límite.

Si la dirección de afinidad es perpendicular u oblicua al eje, la afinidad se llama ortogonal u oblicua, respectivamente.

La afinidad es de característica positiva si una pareja de puntos afines están al mismo lado del eje y negativa si se encuentran cada uno a un lado del eje.

Propiedades de la afinidad:

- Un punto M divide al segmento AB en la misma relación que su homólogo M' divide al segmento A'B'. Por tanto el punto medio de un segmento AB tiene su afín en el punto medio del segmento A'B'.
- Las rectas paralelas tienen por afines rectas paralelas.
- Si una recta t es tangente a una curva c, la recta t' -afín de t- es tangente a la curva afín c'. Los puntos de tangencia resultan también afines.
- El centro O de una cónica tiene por afín el centro O' de la cónica afín.
- La figura afín de una circunferencia es siempre una elipse u otra circunferencia.

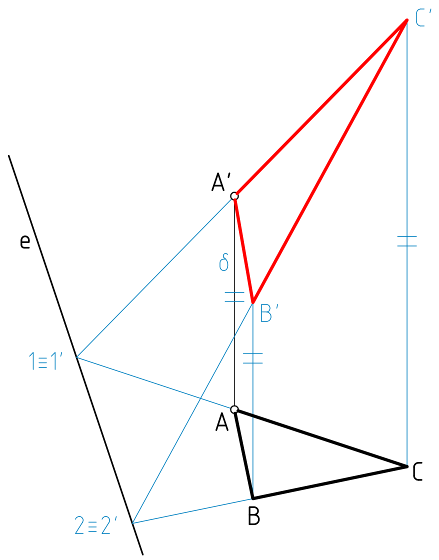


MA/MB = M'A'/M'B'

Las figuras ABC y A'B'C' son homólogas afines según la dirección δ y su característica es k=-PA'/PA.

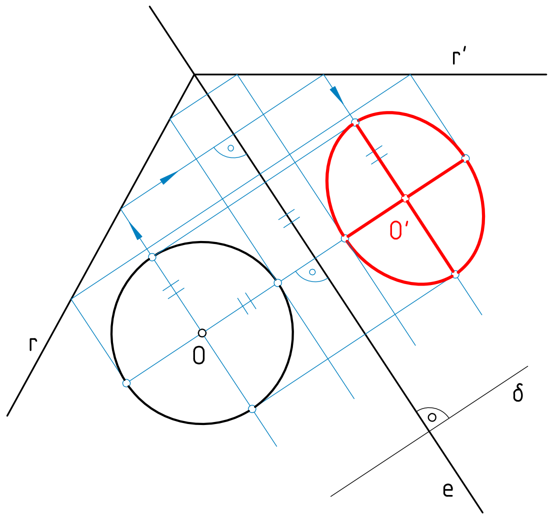
Ejercicio

Hallar la figura afín del triángulo



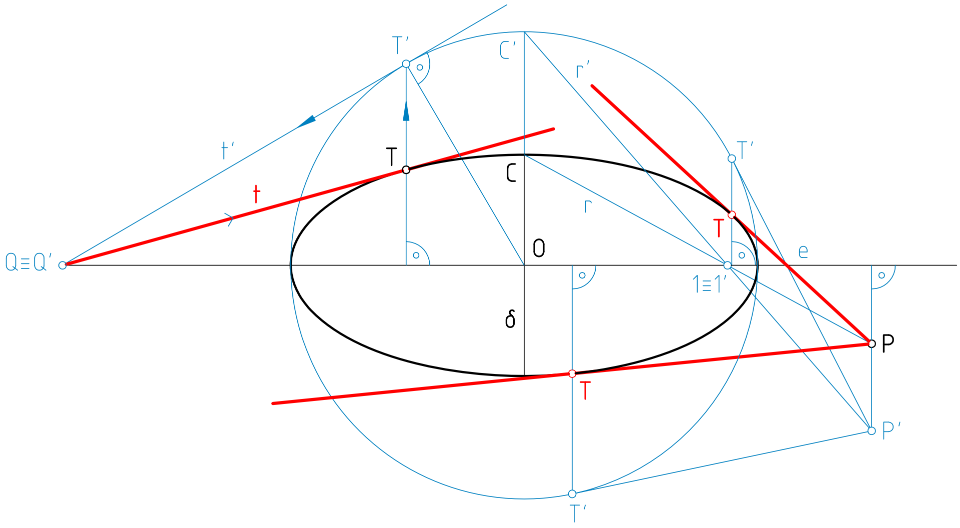
AA' es la dirección de afinidad. C' se encuentra en la intersección de la recta paralela a AA' trazada por C con la recta 1'A'.

Hallar la elipse afín de la circunferencia



La circunferencia está inscrita en un cuadrado de lados paralelos y perpendiculares al eje. En el rectángulo afín de ese cuadrado estará inscrita la elipse afín de la circunferencia.

Hallar la tangente a la elipse en el punto T y las correspondientes tangentes desde el punto P.



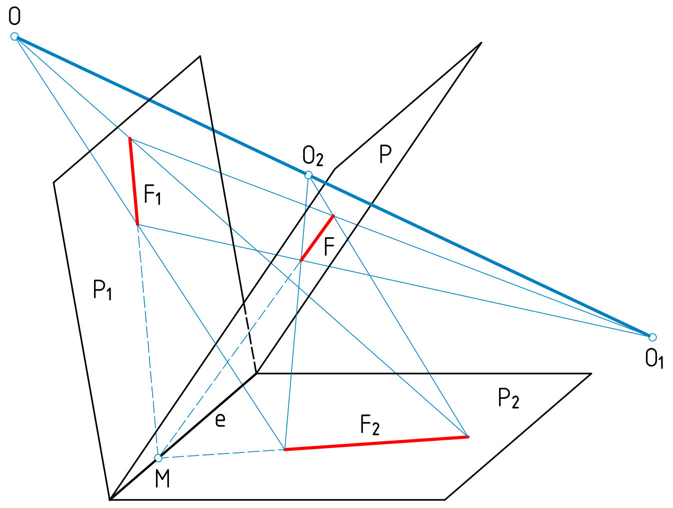
- La elipse es afín de la circunferencia que tiene como diámetro uno de sus ejes; si un punto T de la elipse es afín de T' en la circunferencia, la recta tangente a la elipse en T es afín de la recta tangente en T' a la circunferencia.
- La recta r de la figura de la elipse es afín de la recta r' de la figura de la circunferencia. Las tangentes desde P' a la circunferencia son afines de las tangentes desde P a la elipse.

Teorema de las tres homologías

Si dos figuras F_1 y F_2 son homológicas de una figura F, con el mismo eje E y distintos centros O_1 y O_2, dichas figuras son homológicas entre sí, con el mismo eje E y con centro O alineado con O_1 y O_2.

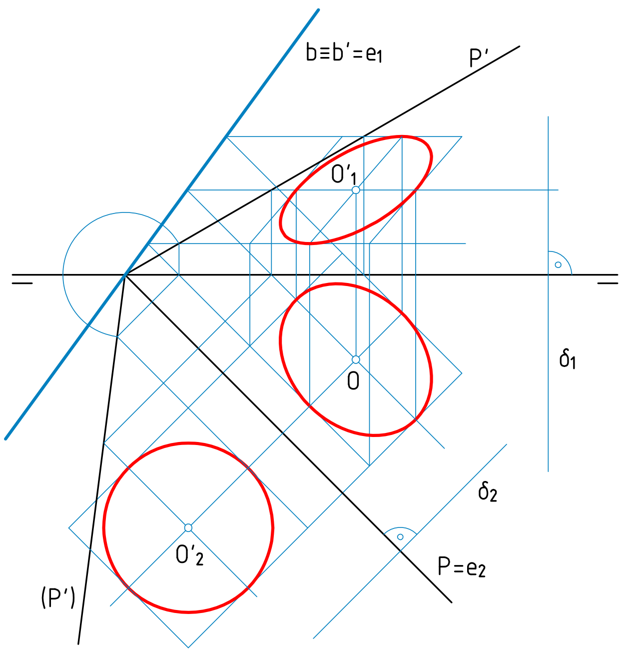
El teorema también es aplicable cuando las figuras son coplanarias.

La aplicación de este teorema a la Geometría Descriptiva facilita las construcciones geométricas que surgen en los abatimientos de las formas planas y en las secciones planas de todas las figuras radiales (conos, cilindros, prismas, pirámides, etc.).



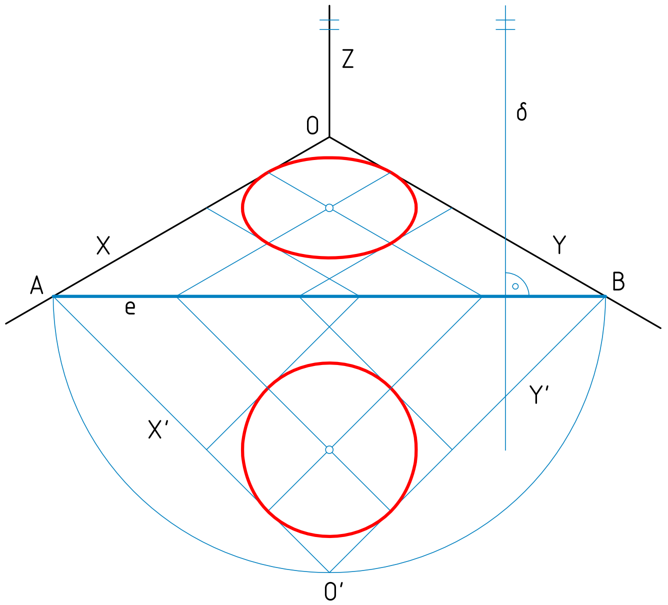
Ejemplos de aplicación de la Homología a la Geometría Descriptiva

Afinidad en el Sistema diédrico



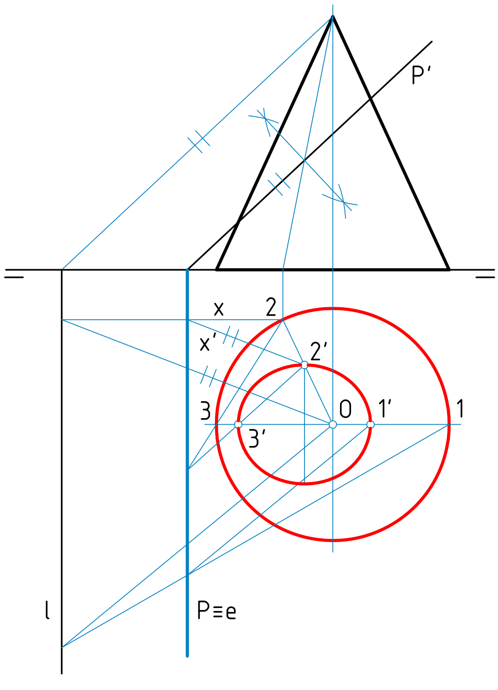
- El abatimiento sobre el plano horizontal de una figura contenida en el plano P es afín ortogonalmente de su proyección horizontal siendo la traza horizontal del plano el eje de afinidad.
- La proyección horizontal de una figura contenida en el plano P es afín de su proyección vertical siendo la intersección del plano P con el segundo bisector el eje de afinidad; la dirección de afinidad es perpendicular a la línea de tierra.

Afinidad en el Sistema axonométrico



La proyección de una figura contenida en el plano XY es afín ortogonalmente de su abatimiento sobre el plano del cuadro.

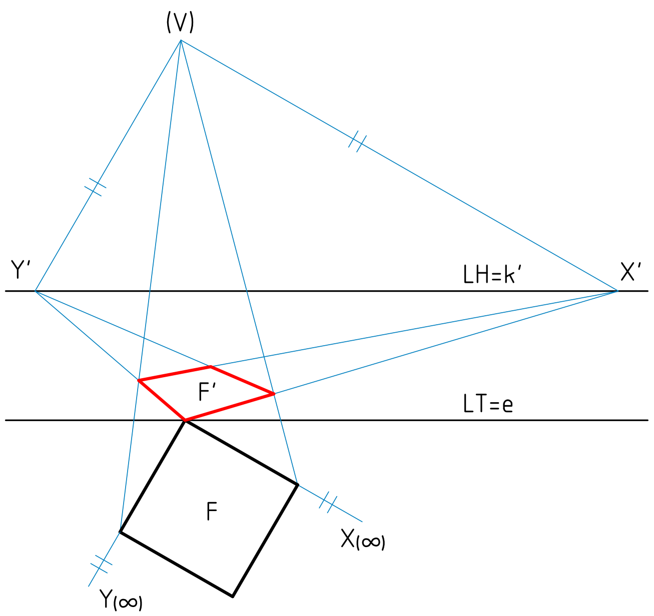
Homología en el Sistema diédrico



Las secciones producidas en superficies radiadas por dos planos son homólogas, siendo el vértice (propio o impropio) el centro de homología.

En la figura, la base del cono y su sección por el plano P son homólogas, siendo el centro de homología la proyección horizontal del vértice, y el eje, la traza horizontal del plano.

Homología en la Perspectiva cónica



Las figuras situadas en el plano geometral son homólogas de su perspectiva cónica en el plano del cuadro, siendo el punto de vista el centro de homología, la línea de tierra el eje y la línea de horizonte la recta límite k'.