

D7 Perpendicularidad

Rectas perpendiculares

Rectas perpendiculares son las que se cortan formando ángulos rectos.

Dos rectas que se cruzan en el espacio son perpendiculares si al trazar por un punto de una de ellas la paralela a la otra, éstas últimas cumplen la condición de perpendicularidad.

Recta perpendicular a un plano

Una recta es perpendicular a un plano si corta al plano, y es perpendicular a todas las rectas del plano que pasan por su pie.

Si una recta corta a un plano sin ser perpendicular se llama oblicua al plano.

Si una recta es perpendicular a dos rectas del plano que pasan por su pie, es perpendicular a todas las rectas del plano y por consiguiente perpendicular al plano.

Consecuencia:

- Para que una recta sea perpendicular a un plano es suficiente que sea perpendicular a dos rectas del plano que no sean paralelas.
- Si un plano es perpendicular a una recta, es también perpendicular a sus paralelas.

Plano perpendicular a una recta por un punto

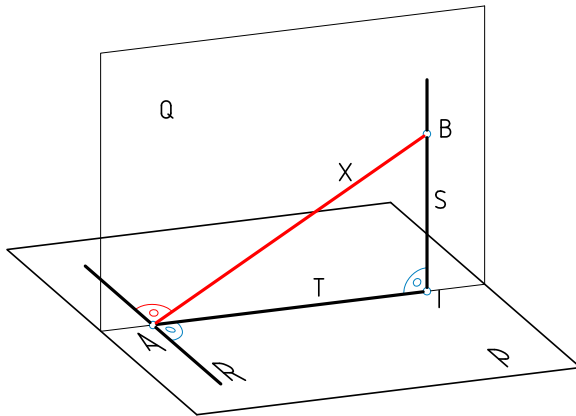
- Por un punto situado en una recta se pueden trazar a dicha recta infinitas perpendiculares, todas las cuales están en un plano, que es el único plano perpendicular a la recta por el punto.
- Por un punto exterior a una recta se pueden trazar infinitas perpendiculares a dicha recta, todas las cuales están situadas en un plano que es el único plano perpendicular a la recta por ese punto.

Teorema de las tres perpendiculares

Primer enunciado:

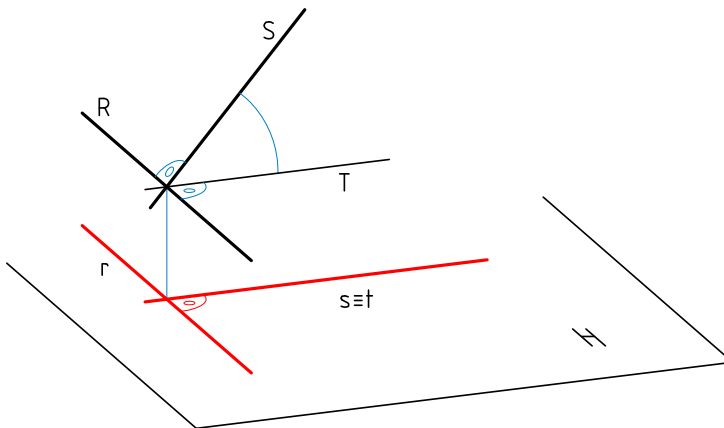
Sean tres rectas del espacio R , S , y T perpendiculares entre sí y un plano P determinado por dos de ellas, R y T , de modo que T es la perpendicular común a R y S , y A es el punto de intersección entre R y T ; en estas condiciones geométricas, toda recta X que una el punto A con un punto cualquiera B de S , es perpendicular a R .

Además, todas las rectas del plano Q , determinado por S y T y proyectante sobre P , también son perpendiculares a R .



Segundo enunciado:

Si dos rectas R y S son perpendiculares en el espacio y una de ellas es paralela a un plano, las proyecciones de dichas rectas sobre el citado plano son también perpendiculares entre sí.



Recta perpendicular a un plano por un punto

- Por un punto de un plano sólo se puede trazar una recta perpendicular a dicho plano.
Consecuencia: Dos rectas perpendiculares a un plano son paralelas entre sí.
- Por un punto exterior a un plano sólo se puede trazar una recta perpendicular a dicho plano.

Relaciones entre la perpendicular y las oblicuas

Si desde un punto exterior a un plano se trazan la perpendicular y distintas oblicuas, entre los segmentos limitados por el punto y el plano se verifica:

- La perpendicular es menor que cualquiera de las oblicuas.
- Dos oblicuas cuyos pies equidistan del pie de la perpendicular son iguales.
- De dos oblicuas es mayor aquella cuyo pie está más alejado del pie de la perpendicular.

Consecuencias:

- Distancia de un punto a un plano es el segmento de perpendicular trazada desde el punto al plano, limitado por dichos elementos.
- Desde un punto exterior a un plano se pueden trazar infinitas oblicuas iguales. Los pies de dichas oblicuas están situados en una circunferencia que tiene por centro el pie de la perpendicular.

Planos perpendiculares

- Dos planos son perpendiculares, si se cortan formando diedros adyacentes iguales, es decir rectos.
- Dos planos son perpendiculares si uno de ellos contiene una recta perpendicular al otro.
- Un plano es perpendicular a otros dos si lo es a la recta intersección de ambos.

Planos oblicuos

Son los que se cortan y no son perpendiculares.

Número de planos perpendiculares

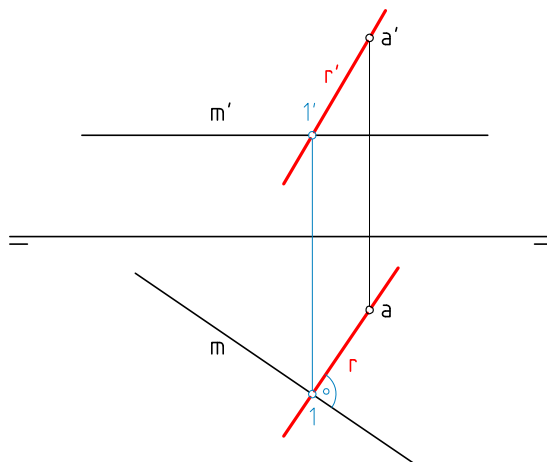
- Por una recta situada en un plano sólo se puede trazar un plano perpendicular a ese plano.
- Si una recta es perpendicular a un plano, todo plano que pase por la recta es perpendicular al plano dado.
- Por una recta oblicua o paralela a un plano sólo se puede trazar un plano paralelo al dado.

Proyecciones de rectas perpendiculares

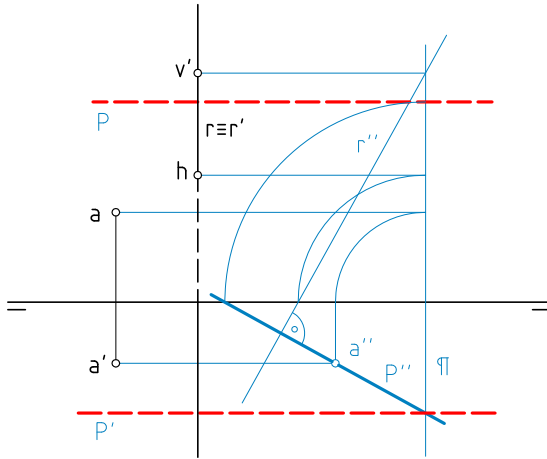
- Las proyecciones de la recta son perpendiculares a las trazas homónimas del plano al que es perpendicular.
- Las proyecciones de dos rectas perpendiculares, por lo general, son dos rectas oblicuas entre sí.

Ejercicios

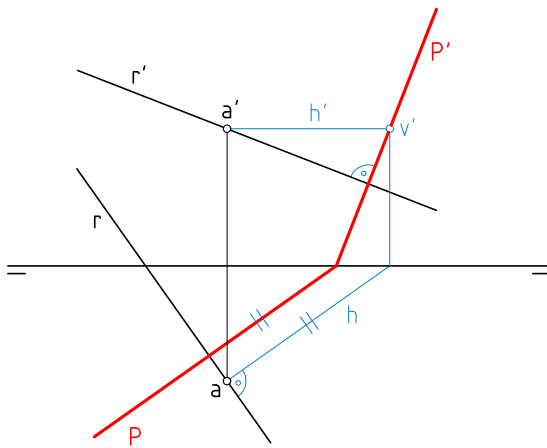
Por el punto A trazar una recta perpendicular a la recta horizontal M.



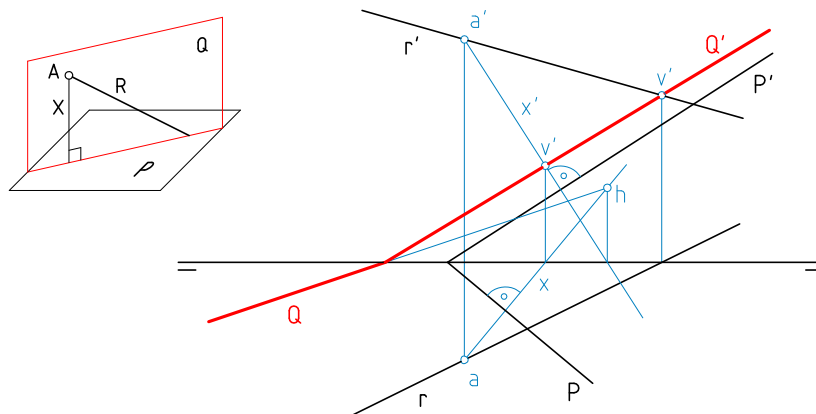
Por el punto A trazar un plano perpendicular a la recta R.



Por el punto A trazar el plano perpendicular a la recta R.



Por la recta R trazar el plano perpendicular al plano P.



Representar el plano perpendicular a Q, que pase por los puntos A y E.

